

---

# СИСТЕМНЫЙ АНАЛИЗ И УПРАВЛЕНИЕ

---

УДК 004.78:656.13

## ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЗМОЖНОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ АППАРАТА ТЕОРИИ ВЫБОРА ДЛЯ ОРГАНИЗАЦИИ УПРАВЛЕНИЯ АВТОТРАНСПОРТНЫМИ ПОТОКАМИ

**С.В. БЕЛОКУРОВ**  
**В.И. СУМИН**

*Воронежский институт  
Министерства внутренних  
дел Российской Федерации*

*e-mail: Vorhmscl@comch.ru*

Решения многоцелевых оптимизационных транспортных задач являются достаточно сложными в реализации. Трудности определяются не количеством целей оптимизации, а множеством конфликтующих вариантов решения достижения различных целей. Данная работа рассматривает проблематику применения аппарата теории выбора для организации управления автотранспортными потоками в рамках системного подхода к решению многоцелевых оптимизационных транспортных задач.

Ключевые слова: алгоритм, автотранспортные потоки, векторные схемы, моделирование, оптимизация, теория выбора.

Транспортная система представляет собой сложный комплекс взаимоувязанных технических, инфраструктурных и организационных элементов. Оптимальная организация и управление дорожным движением потоков автотранспортных средств обеспечиваются выбором наилучшего их варианта для конкретной ситуации. Решение подобных оптимизационных задач связано с многокритериальностью и, следовательно, их сложностью в принятии решений.

В последние годы в развитии технологий управления автотранспортными потоками все большую актуальность приобретают модели поддержки принятия решения в условиях неопределенности и наличия конфликта, в основе которых лежат эффективные адаптивные процедуры, построенные на основе интерактивного диалога с пользователем. Это связано с тем, что исследуемые системы описываются достаточно большим количеством присущих им признаков и индивидуальных свойств, которые вступают в процессе функционирования в сложные зависимости между собой.

В то же время в настоящее время активно развивается новое научное направление – теория выбора, позволяющая строить эффективные функции и механизмы выбора на множестве любой мощности, учитывать структуру и специфические его особенности, оценивать на ранних стадиях принятия решения эффективность работы того или иного способа выбора, принимать обоснованные и взвешенные решения, привлекая помимо мощного математического аппарата богатый опыт экспертов.

Следует полагать, что функция выбора представляет собой наиболее естественное, универсальное и удобное для анализа описание концепции выбора. Отсюда – целесообразность выражения в терминах функций выбора результатов, формируемых на других языках теории принятия решений.



Рассмотрим проблематику применения аппарата теории выбора для организации управления автотранспортными потоками. Формализация отбора решений на итерациях поиска на языке теории выбора, является одним из принципиально новых подходов, в том числе к исследованию численных схем многокритериальной оптимизации (МКО), позволяющим строить эффективные человеко–машинные алгоритмы, перенастраивать их на любом этапе, что дает мощное средство гибкого управления процессом поиска и принятия решений.

Выбор можно также характеризовать его свойствами. Требования к рациональному решению обычно формулируются в виде набора аксиом. Аксиоматический язык используется в теории групповых решений для определения понятий "справедливость", "согласованность" и в теории игр для определения понятий "равновесие", "компромисс" [1].

Языки принятия решений можно разделить на два класса – языки концепций выбора и языки механизмов выбора. Концепции выбора ставят в соответствие каждой ситуации набор "лучших" решений или набор свойств "лучших" решений. Язык механизмов – это язык алгоритмов выбора. На языке концепций отвечают на вопрос "что выбирать", на языке механизмов – "как выбирать". Язык функций выбора и аксиоматический язык – это языки концепций выбора, язык математического программирования и язык бинарных отношений – примеры языков механизмов выбора.

Рассмотрим множество  $H$  – как некоторое множество вариантов решения  $\{x, y, \dots\}$ .  $X \subseteq H$  – непустое множество  $H$ , предъявленное для выбора,  $C(X) = Y \subseteq X$  ( $Y \neq \emptyset$ ) – выбор из  $X$  по некоторому правилу  $C$  части вариантов. Это правило и называют функцией выбора. С позиции теории выбора общая формальная модель задачи выбора может быть представлена в виде:

$$C(\bullet) : \{X\} \rightarrow \{X\}, \quad \{X\} \subseteq 2^H, \quad \forall X \subset \{X\} \quad C(X) = Y, \quad (1)$$

где  $H$  – множество рассматриваемых вариантов  $\{x, y, \dots\}$ ,  $X \subseteq H$  – непустое множество  $H$ , предъявленное для выбора,  $C(X) = Y \subseteq X$  ( $Y \neq \emptyset$ ) – выбор из  $X$  по некоторому правилу  $C$  части вариантов,  $Y \subseteq X$ .

Сам процесс выбора рассматривается как "черный ящик", на вход которому поступает множество рассматриваемых альтернатив  $X \subseteq H$ , называемое предъявлением, а на выходе получается множество  $Y \subseteq X$  выбранных альтернатив, называемое выбором. Таким образом, функция выбора определяет "внешнее" описание процесса выбора.

В свою очередь "внутреннее" описание, т. е. описание того, как множество  $Y$  выделяется из  $X$ , определяется механизмом выбора, обозначаемый через  $M = \langle \sigma, \pi \rangle$ , где  $\sigma$  – структура на множестве  $X$  (совокупность сведений, в том числе полученных от ЛПР, обо всех рассматриваемых вариантах из  $X$ , позволяющих сравнивать эти варианты), а  $\pi$  – правило выбора, которое указывает как, используя структуру  $\sigma$ , получить  $Y$  из  $X$ . Механизмы, порождающие одинаковую функцию выбора  $C(X)$  являются эквивалентными.

Функции выбора чаще сводятся к двум основным заданиям [1]:

1) "поэлементное задание", т.е. множество  $Y = C(X) \subseteq X$  – это набор элементов, удовлетворяющих условиям:

$$C(X) = \{y \in X \mid \Pi\}, \quad (2)$$

где  $\Pi$  – некоторый оператор, формализующий условие выбора;

2) "целостное задание", т.е.  $C(X) = \{Y \subseteq X \mid \Pi\}$  есть некоторое подмножество множества  $X$ , которое в отличие от других его подмножеств удовлетворяет некоторому требованию  $\Pi$ .

Механизмы выбора чаще представляются двумя компонентами: "структура" и "правило" выбора. При обеих формах выражения для  $C(X)$  выделение  $Y$  из  $X$  опирает-



ся на некоторую заранее заданную совокупность сведений о вариантах  $X$ , помимо данного исходного множества  $H$ .

Любая формализация таких сведений, использующаяся при описании механизма выбора, называется структурой и обозначается символом  $\sigma$ . В качестве примера можно привести шкалы критериальных оценок, или бинарные отношения, т.е. "структуры предпочтений". Каждый механизм выбора  $M$  характеризуется, во первых, заданием структуры  $\sigma$ , и, во вторых, правилом выбора  $\pi$ , которое указывает – как построить множество  $C(X)$ , для любого  $\{x \in H^0\}$ , на основе данной структуры  $\sigma$ . Здесь  $H^0 = 2^H \setminus \{\emptyset\}$ , т.е. множество всех непустых подмножеств  $H$ ,  $|H|$  – мощность  $H$ .

Если используется определение "поэлементной" формы выбора, то правило выбора  $\pi$  – это то, что записано в виде оператора  $\Pi$ , т.е. можно формализовать правило выбора в "поэлементной" форме:

$$\pi: y \in X \mid \Pi. \quad (3)$$

Аналогично в "целостной" форме:

$$\pi: Y \subseteq X \mid \Pi, \quad (4)$$

где:  $\Pi$  – оператор выбора, в обоих случаях формализующий условие, которому удовлетворяют элементы  $\{y\}$ , или множества  $Y$ , выделяемые правилом  $\pi$ .

При этом в (4) корректное определение  $\pi$  требует, чтобы выражение на месте многоточий единственным образом определяло множество  $Y$ , при любом допустимом значении  $X$ .

В зависимости от сформированной структуры  $\sigma$  на множестве  $A$  рассматриваемых альтернатив, все многообразие механизмов выбора можно разделить на три класса: парнодоминантные, однокритериально-экстремизационные и многокритериально-экстремизационные механизмы выбора [1].

У парнодоминантных механизмов выбора  $M = \langle \sigma, \pi \rangle$  в качестве структуры  $\sigma$  выступают бинарные отношения разрешения ( $R_p$ ) или запрещения ( $R_z$ ), а в качестве правила выбора:

$$\text{для отношения } R_p - \pi: x \in C(X) \Leftrightarrow (\forall y \in X \quad x R_p y); \quad (5)$$

$$\text{для отношения } R_z - \pi: x \in C(X) \Leftrightarrow (\exists y \in X: y R_z x). \quad (6)$$

Отношения  $R_p$  и  $R_z$  являются обратно дополнительными, т.е.  $R_p = \overline{R_z}^{-1}$ ,  $R_z = \overline{R_p}^{-1}$ .

В зависимости от ограничений, накладываемых на бинарные отношения  $R_p$  и  $R_z$ , выделяют следующие уровни парнодоминантного механизма выбора [1]: если  $R_p$  или  $R_z$  – ациклические отношения, то парнодоминантный механизм выбора  $M$  имеет уровень 1; если  $R_p$  или  $R_z$  – ациклические и транзитивные отношения, называемые качественным порядком, строгим частичным порядком [1], то парнодоминантный механизм выбора  $M$  имеет уровень 2; если  $R_p$  или  $R_z$  – ациклические, транзитивные и отрицательно-транзитивные отношения, то механизм выбора  $M$  имеет уровень 3; если  $R_p$  или  $R_z$  – отношения сильного порядка, то механизм выбора  $M$  имеет уровень 1 – 2 – 3.

Функция выбора, порожаемая парнодоминантным механизмом выбора:

– уровня 1 – удовлетворяет одновременно условиям наследования (Н) и согласия (С), то есть

$$\forall X, X' \quad X' \subseteq X \Rightarrow C(X') \supseteq C(X) \cap X', \quad (7)$$



$$\forall X', X'' \quad X = X' \cup X'' \Rightarrow C(X) \supseteq C(X') \cap C(X''); \quad (8)$$

– уровня 2 – условиям: наследования (Н), согласия (С) и независимости от отбрасывания отвергнутых вариантов (О), то есть

$$\forall X, X' \quad C(X) \subseteq X' \subseteq X \Rightarrow C(X') = C(X); \quad (9)$$

– уровня 3 – условию константности (К):

$$\forall X, X' \quad X' \subseteq X \Rightarrow \begin{cases} \text{если } C(X) = \emptyset, & \text{то } C(X') = \emptyset, \\ \text{если } C(X) \cap X' \neq \emptyset, & \text{то } C(X') = C(X) \cap X'; \end{cases} \quad (10)$$

– уровня 1-2-3 – условиям наследования (Н), отбрасывания (О) и константности (К).

У однокритериально-экстремизационных механизмов выбора  $M = \langle \sigma, \pi \rangle$  в качестве структуры  $\sigma$  выступает критериальная шкала, то есть некоторая числовая ось  $\varphi$ , на которую отображено множество  $X$ , позволяющая приписать каждому варианту  $x \in X$  число  $\varphi(x)$ , соответствующее той точке шкалы  $\varphi$ , в которую отображен вариант. При этом если на шкале нет точек, в которых размещено более одной альтернативы, то шкала называется строгой. В качестве  $\pi$  используют следующее правило:

$$\pi: x \in C(X) \Leftrightarrow x = \arg \min \varphi(x), \quad (11)$$

или, что эквивалентно (11):  $\pi: x \in C(X) \Leftrightarrow (\nexists y \in X \mid \varphi(y) < \varphi(x))$ , либо  $\pi: x \in C(X) \Leftrightarrow (\forall y \in X \mid \varphi(x) \leq \varphi(y))$ .

Если бинарное отношение запрещения  $R_3$  записать как  $y R_3 x \Leftrightarrow \varphi(y) < \varphi(x)$ , то однокритериально-экстремизационный механизм выбора по любой критериальной шкале сводится к парнодоминантному механизму выбора, то есть является парнодоминантно представимым.

Однокритериально-экстремизационный механизм выбора используется в аксиоматических методах, где роль структуры  $\sigma$  на множестве альтернатив  $A$  играет функция полезности, в ряде прямых методов (принцип гарантированного уровня, принцип абсолютной уступки, принцип выделения главного критерия и др.), в методах скаляризации вектора показателя качества альтернатив. В последнем случае в качестве структуры  $\sigma$  выступает свертка, реализуемая скалярной функцией  $\varphi$ , сопоставляющей векторной оценке качества  $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$  каждого решения скалярную интегральную оценку качества  $\varphi(x)$ .

Многокритериально-экстремизационные механизмы выбора используются в тех случаях, когда из допустимого множества альтернатив необходимо выделить подмножество недоминируемых вариантов. В качестве структуры  $\sigma$  здесь выступает вектор показателей качества  $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ , а в качестве  $\pi$  используется правило выбора Парето:

$$\pi: x \in C(X) \Leftrightarrow (\forall y \in X \quad \forall j \quad x_j \leq y_j \wedge \exists j_0 \mid x_{j_0} < y_{j_0}). \quad (12)$$

Если бинарное отношение разрешения  $R_p$  записать как  $x R_p y \Leftrightarrow (\forall j \quad x_j \leq y_j \wedge \exists j_0 \mid x_{j_0} < y_{j_0})$ , то можно убедиться, что оно является ациклическим и транзитивным, но не отрицательно-транзитивным отношением и многокритериально-экстремизационный механизм выбора совпадает с классом парнодоминантных механизмов уровня 2.

В [1] рассматривается и, так называемый, механизм выбора с нечувствительностью (механизм интервального выбора), являющийся обобщением однокритериально-



экстремизационного механизма. В этом случае при сравнении оценок  $\varphi(x)$  и  $\varphi(y)$  показателей качества вариантов решений  $x, y \in A$  имеется допуск (зона нечувствительности)  $\varepsilon \geq 0$  такой, что  $y$  превосходит  $x$  лишь при условии  $\varphi(y) - \varphi(x) > \varepsilon$ . Правило выбора  $\pi$  записывают в следующем виде:

$$\pi : y \in C(X) \Leftrightarrow (y \in X \wedge \exists x \in X | \varphi(x) - \varphi(y) > \varepsilon). \quad (13)$$

Любой механизм выбора лучших вариантов по шкале с нечувствительностью является парнодоминантно представимым механизмом. Широкое распространение получил многокритериальный механизм выбора с нечувствительностью  $\varepsilon = \varepsilon(y)$ . В качестве структуры  $\sigma$  в нем выступают вектор оценок показателей качества  $x = (x_1, x_2, \dots, x_m)$ , и набор функций  $\{\varepsilon_j\}$ ,  $\varepsilon_j \geq 0$ ,  $j = \overline{1, m}$ , характеризующих "нечувствительность" ЛПР по оценкам показателей качества сравниваемых альтернатив. Правило выбора  $\pi$  записывается в виде:

$$\pi : y \in C(X) \Leftrightarrow (y \in X \wedge \exists x \in X | \forall j = \overline{1, m} : x_j - y_j > \varepsilon_j). \quad (14)$$

Предложим механизмы выбора, отвечающие сформулированным выше требованиям, которые могут быть применены в задачах организации управления автотранспортными потоками.

*Паретовский механизм выбора.* Является наиболее универсальным и распространенным механизмом выбора для оптимизационных векторных численных схем [1]. Определяется вектор – функцией критериев  $\{Q_i(X)\}_{i=1}^n$ :

$$M_{\text{Par}}(X) = \{X_{\text{Par}} \subseteq X | \exists Y \subseteq Y : Q_i(Y) \geq Q_i(X_{\text{Par}}), i = \overline{1, n}\}. \quad (15)$$

Механизм выбора (15) позволяет быстро выделить множество недоминируемых вариантов решения (множество Парето) и часто носит название "безусловного критерия предпочтения" (БКП) [1-3]. В многошаговых векторных схемах часто наблюдается существенный рост мощности множества Парето на итерациях поиска. Поэтому наиболее эффективным является использование данного механизма в комбинациях с другими, позволяющими проводить оценку множества Парето вторично.

Известно [1], что необходимыми и достаточными условиями применимости данного механизма является одновременное выполнение свойств наследования, согласия и отбрасывания.

*Скалярный оптимизационный механизм выбора.* Задаёт выбор лучшего по заданному скалярному критерию качества  $Q^*$ :

$$M_{\text{Skal}}(X) = \{X_{\text{Skal}} \subseteq X | X_{\text{Skal}} = \arg \max Q^*(X)\}, \quad (16)$$

где  $Q^*$  – выбранный ЛПР "главный" критерий, который наиболее объективно реализует поставленные в задачи цели оптимизации.

Часто удается в (16) рассмотреть не всю совокупность критериев оптимизации, а один, или несколько наиболее важных. Такие аналитические свертки экономят время вычислений и упрощают исходную задачу. Однако любое упрощение ухудшает некоторый "истинный" результат, поэтому применение этого механизма следует делать тщательно проверив другие варианты.

В качестве условий применимости обязательным условием является наличие информации о критериях оптимизации, причем информации должно быть достаточно для того, чтобы как можно более объективно выделить "главный" критерий, а на остальные назначить критериальные ограничения.

*Лексико-графический механизм выбора.* Определяется некоторой вектор – функцией качественных оценок решений  $F$ , в которую входит назначаемый ЛПР вектор полезности решений, позволяющий упорядочить их по важности, с точки зрения поставленной задачи:



$$M_{\text{Extra}}(X) = \{X_{\text{Extra}} \in X \mid X_{\text{Extra}} = \arg \max F(X)\}. \quad (17)$$

В соотношении (17), предлагается конкретизировать вид функции  $F$ , используя эффективные модели экстраполяции экспертных оценок [1]. Типичная область применения данного механизма – взаимодействие с ЛПР, в ситуациях выбора. В качестве условия применимости данного механизма выбора, можно выделить наличие качественной информации о параметрах оптимизации, возможность задания степени важности того или иного варианта решения, т.е. полноценного привлечение аппарата экспертных оценок на любых этапах оптимизации.

Практические и теоретические исследования показали [1-3], что использование рассмотренных выше функций и механизмов выбора для принятия решений при моделировании автотранспортных систем позволило более равномерно распределять транспортные потоки на улично-дорожной сети, повысить уровень безопасности движения, снизить число дорожно-транспортных происшествий и время задержек, увеличить среднюю скорость сообщений, уменьшить уровень шума, улучшить санитарно-гигиеническое состояние воздушного бассейна, позволить экономить топливо и снизить расходы на содержание дорог, а также создало другие комфортные условия для участников пешеходного и транспортного движения.

### Литература

1. Белокуров, С. В. Модели выбора недоминируемых вариантов в численных схемах многокритериальной оптимизации [Текст] / С. В. Белокуров, Ю. С. Сербулов, Ю. В. Бугаев. – Воронеж: Научная книга, 2005. – 199 с.
2. Белокуров, С. В. Построение инвариантных функции выбора и исследование вероятностных характеристик для бинарных отношений на множестве Парето [Текст] / С. В. Белокуров // Системы управления и информационные технологии. – 2008. – № 1. – С. 25-29.
3. Белокуров, С. В. Выбор решений на итерациях поиска в численных векторных схемах при моделировании транспортных систем [Текст] / С. В. Белокуров // Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Технические науки. – 2008. – № 4. – С. 46-49.

## PROBING OF POSSIBILITY OF APPLICATION OF APPARATUS OF THE DECISION THEORY FOR MANAGING MOTOR TRANSPORTATION STREAMS

**S.V. BELOKUROV**  
**V.I. SUMIN**

*Voronezh institute of the  
Ministry of Internal Affairs  
of the Russian Federation*

*e-mail: Vorhmscl@comch.ru*

Solutions of multipurpose optimisation transportation problems are complicated enough in implementation. Difficulties are determined not by an amount of the purposes of optimisation, and set of clashing candidate solutions of reaching of the various purposes. The given operation considers a problematics of application of a means of a decision theory for the handle organisation motor transportation streams within the limits of a systems approach to solution of multipurpose optimisation transportation problems.

Keywords: algorithm, motor transportation streams, vectorial circuits, modelling, optimisation, a decision theory